

## Procesy stochastyczne — zadania przygotowujące do II kolokwium (część II)

**Zadanie 10** Mamy szachownicę  $6 \times 6$ , na której porusza się dana figura szachowa. Jaki jest średni czas powrotu danej figury do rogu, jeśli jest to: a) król, b) hetman, c) goniec, d) konik, e) wieża? Jaka jest średnia liczba kroków potrzebnych aby dane dwie figury spośród wymienionych poprzednio, które startują równocześnie z danego rogu ponownie się w nim spotkały?

**Zadanie 11** Niech  $X$  łańcuch Markowa o przestrzeni stanów  $S = \{1, 2\}$  i macierzy przejścia:

$$a) P = \begin{pmatrix} 1/4 & 3/4 \\ 3/4 & 1/4 \end{pmatrix}, \quad b) P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4/5 & 1/5 \end{pmatrix}.$$

Korzystając z wartości i wektorów własnych oblicz  $P^n$ . Następnie korzystając z twierdzenia ergodycznego znajdź rozkład stacjonarny i średni czas powrotu  $\mu_i$  do stanu  $i$  dla  $i = 1, 2$ .

**Zadanie 12** Niech  $\{N_t: t \geq 0\}$  będzie procesem narodzin z intensywnościami  $\lambda_0 = 1$ ,  $\lambda_n = 2$  dla  $n \geq 1$  oraz  $N_0 = 0$ . Znaleźć rozkład zmiennej losowej  $N_t$  dla ustalonego  $t > 0$ , tzn. wyliczyć  $P(N_t = i) = p_i(t)$  dla  $i \geq 0$  korzystając z równań w przód i funkcji tworzącej.

**Zadanie 13** Niech  $N = \{N_t: t \geq 0\}$  będzie procesem narodzin z intensywnościami  $\lambda_n = n^s$  dla  $n \geq 0$  oraz  $N_0 = 0$ . Dla jakich  $s$  proces  $N$  jest eksplodujący, a dla jakich naturalny?