

Procesy stochastyczne — jeszcze parę zadań przed egzaminem

Zadanie 14 Samochody jadą drogą $N1$ i $N2$ zgodnie z rozkładem Poissona z częstotliwością odpowiednio 3 i 5 na minutę. Oblicz:

- 1) Oczekiwana długość czasu po którym przez skrzyżowanie dróg $N1$ i $N2$ przejedzie 100 samochodów.
- 2) Prawdopodobieństwo, że w ciągu 3 minut przez skrzyżowanie dróg $N1$ i $N2$ przejedzie 20 samochodów.

Zadanie 15 Niech $\{N_t: t \geq 0\}$ będzie procesem narodzin z intensywnościami $\lambda_n = 2 + (-1)^n$. Wyliczyć $P(N_t = 2)$ dla dowolnego $t > 0$.

Zadanie 16 Niech $\{X_t: t \geq 0\}$ będzie procesem Markowa na przestrzeni stanów $S = \{1, 2, 3\}$ z generatorem postaci

$$G = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Wyznaczyć półgrupę $\{P_t: t \geq 0\}$.
- b) Znaleźć rozkład stacjonarny.
- c) Znaleźć łańcuch skoków procesu X .

Zadanie 17 Niech $\{P_t = p_{ij}(t): t \geq 0\}$ będzie daną półgrupą procesu Markowa X na przeliczalnej przestrzeni stanów. Oblicz $P(X_3 = 1 \mid X_5 = 2, X_4 = 1, X_0 = 2)$.