

Egzamin z procesów stochastycznych. Zadania. 5 II 2014.

Imię i Nazwisko:

Zadanie 1. (10 punktów) Samiczka sikorki rodzi k córek z prawdopodobieństwem $p_0 = 0,4$, $p_k = 0,12 \cdot (0,8)^{k-1}$ ($k = 1, 2, \dots$). Oblicz:

- a) prawdopodobieństwo, że linia żeńska danej sikorki kiedyś wymrze
- b) średnią liczbę samiczek w linii żeńskiej w n -tym pokoleniu
- c) prawdopodobieństwo, że linia żeńska skończy się dokładnie w 3 pokoleniu.

Zadanie 2. (15 punktów) Rozpatrzmy błędzenie losowe z prawdopodobieństwem sukcesu p i porażki $q = 1 - p$ z barierami w zerze i dla $N = 5$ startujące z k takiego, że $0 < k < N$. Znajdź macierz przejścia, określ które stany są chwilowe, powracające zerowe lub powracające niezerowe, a także znajdź rozkład stacjonarny. Rozpatrz następujące przypadki:

- a) obie bariery są pochłaniające
- b) obie bariery są odbijające
- c) w 0 jest bariera pochłaniająca, a w 5 odbijająca.

Zadanie 3. (10 punktów) Niech W_t oznacza standardowy proces Wienera w $\mathbb{R}$. Oblicz wartość oczekiwaną, kowariancję i wariancję dla procesu

$$X_t = 4W_{t+2} - (t+1)W_t \quad (t > 0).$$

Czy X_t jest standardowym procesem Wienera? Znajdź rozkład zmiennej losowej X_t dla każdego ustalonego $t > 0$.

Egzamin z procesów stochastycznych. Zadania. 5 II 2014.

Imię i Nazwisko:

Zadanie 1. (10 punktów) Samiczka sikorki rodzi k córek z prawdopodobieństwem $p_0 = 0,4$, $p_k = 0,12 \cdot (0,8)^{k-1}$ ($k = 1, 2, \dots$). Oblicz:

- a) prawdopodobieństwo, że linia żeńska danej sikorki kiedyś wymrze
- b) średnią liczbę samiczek w linii żeńskiej w n -tym pokoleniu
- c) prawdopodobieństwo, że linia żeńska skończy się dokładnie w 3 pokoleniu.

Zadanie 2. (15 punktów) Rozpatrzmy błędzenie losowe z prawdopodobieństwem sukcesu p i porażki $q = 1 - p$ z barierami w zerze i dla $N = 5$ startujące z k takiego, że $0 < k < N$. Znajdź macierz przejścia, określ które stany są chwilowe, powracające zerowe lub powracające niezerowe, a także znajdź rozkład stacjonarny. Rozpatrz następujące przypadki:

- a) obie bariery są pochłaniające
- b) obie bariery są odbijające
- c) w 0 jest bariera pochłaniająca, a w 5 odbijająca.

Zadanie 3. (10 punktów) Niech W_t oznacza standardowy proces Wienera w $\mathbb{R}$. Oblicz wartość oczekiwaną, kowariancję i wariancję dla procesu

$$X_t = 4W_{t+2} - (t+1)W_t \quad (t > 0).$$

Czy X_t jest standardowym procesem Wienera? Znajdź rozkład zmiennej losowej X_t dla każdego ustalonego $t > 0$.