

Procesy stochastyczne. Zakres tematów na część teoretyczną egzaminu

1. Definicja procesu stochastycznego, przestrzeni stanów, procesu z czasem dyskretnym i z czasem ciągłym, trajektorii procesu.
2. Definicja błędzenia losowego, błędzenia symetrycznego, błędzenia z ekranami pochłaniającymi i odbijającymi. Przykłady.
3. Własności błędzenia losowego (jednorodność w przestrzeni i w czasie, własność Markowa).
4. Zasada odbicia i twierdzenie o głosowaniu.
5. Prawo arcusa sinusa dla ostatniej wizyty w zero i dla czasu przebywania.
6. Definicja funkcji tworzących $P_0(s)$, $F_0(s)$ i $F_r(s)$ oraz związku pomiędzy nimi.
7. Definicja procesów gałązkowych. Przykłady.
8. Definicja łańcucha Markowa (z czasem dyskretnym) i jednorodnego łańcucha Markowa. Przykłady. Warunki równoważne własności Markowa.
9. Macierz przejścia P dla danego łańcucha Markowa i jej własności.
10. Definicja stanów łańcucha Markowa (stany powracające, chwilowe, powracające zerowe i niezerowe, okresowe i nieokresowe, ergodyczne, pochłaniające).
11. Definicja stanów ze względu na możliwość przejścia pomiędzy nimi (stan i komunikujący się ze stanem j , stany wzajemnie się komunikujące, zamknięty zbiór stanów, nieprzywiedlny zbiór stanów).
12. Definicja rozkładu stacjonarnego. Charakteryzacja rozkładów stacjonarnych łańcuchów nieprzywiedlnych.
13. Twierdzenia ergodyczne dla łańcuchów Markowa.
14. Definicja procesu Poissona z intensywnością λ . Przykłady.
15. Definicja procesu narodzin z intensywnościami $\lambda_0, \lambda_1, \dots$. Przykłady.
16. Definicja procesu Markowa z czasem ciągłym. Przykłady.
17. Definicja macierzy przejścia i półgrupy przejść dla danego procesu Markowa. Własności, które spełnia półgrupa przejść.
18. Definicja półgrupy standardowej i generatora danego procesu Markowa. Równania w przu i tył dla danej półgrupy.
19. Definicja łańcucha nieprzywiedlnego i rozkładu stacjonarnego dla ciągłego procesu Markowa. Twierdzenie ergodyczne.
20. Definicja procesu gaussowskiego i procesu Wienera.
21. Twierdzenia charakteryzujące proces Wienera.
22. Definicja n -wymiarowego procesu Wienera. Przykład: ruchy Browna w przyrodzie.
23. Przykłady procesów pochodzących od procesu Wienera.